

KMAP による振動解析－単振り子

2017(H29). 11. 28 片柳亮二

【問題】 図 1 のように， O 点に固定した長さ l の棒に質量 m の物体をつるし，トルク T を 1 秒間ステップ上に与えた場合，どのような振動運動となるのか解析せよ．

ただし， $l=0.3(\text{m})$ ， $m=0.5(\text{kg})$ とする．なお，棒の質量は無視し，振り子の振動の角度は小さいと仮定する．

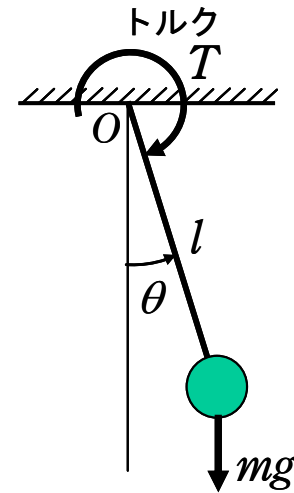


図 1 単振り子

【解】 回転運動の方程式は， O 点まわりの慣性モーメントを I として，次式で与えられる．

$$I\ddot{\theta} = -mgl\sin\theta - T \quad (1)$$

ここで，慣性モーメントは $I = ml^2$ である．また，角度 θ は小さいとして， $\sin\theta \doteq \theta$ と近似すると，運動方程式は次のようになる．

$$\ddot{\theta} = -\frac{g}{l}\theta - \frac{T}{ml^2} \quad (2)$$

いま， $q = \dot{\theta}$ とすると (2) 式は次の状態方程式で表される．

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{g}{l} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \theta \\ q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{ml^2} \end{bmatrix} T \quad (3)$$

このシステムについて，まず制御なしの場合を KMAP で解析してみよう．

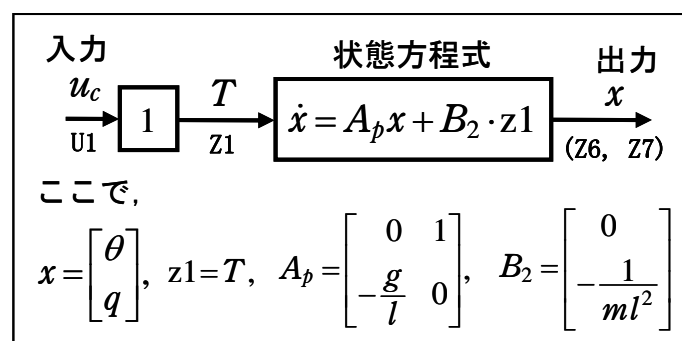


図 2 単振り子の特性

KMAP(バージョン 114 以降)を起動して，

① 「KMAP***解析内容選択画面」⇒ “4” キーイン

次に、「解析結果の表示」画面で「7」とキーインすると、シミュレーション図を次のように Excel 表示させることができる。

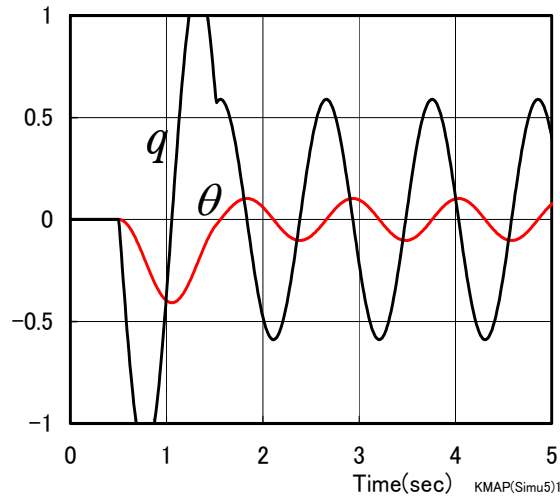


図 4 シミュレーション
($t=0.5\sim 1.5$ 秒にトルク $T=0.3$ 入力)

「解析結果の表示」の画面で「101」とキーイン/Enterすると、次の KMAP 線図を表示できる。これは、入力データを入力順番にグラフ化したもので、制御系のブロック図にミスがないか確認するのに有効である。

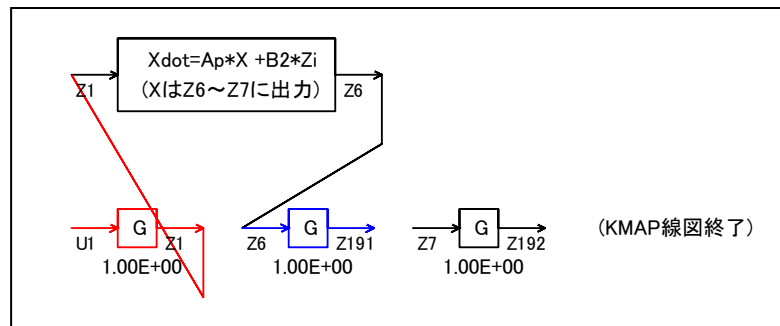


図 5 KMAP 線図(1)

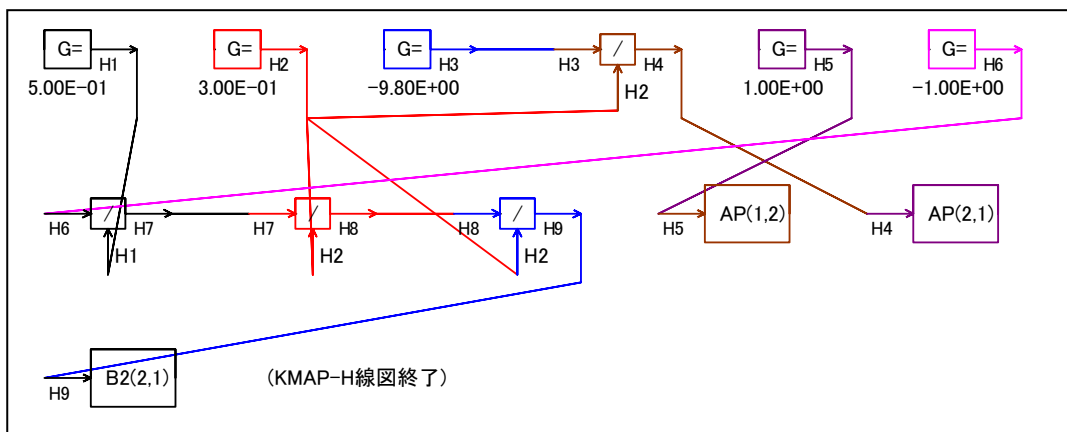


図 6 KMAP 線図(2)

このケースのインプットデータは次のようである．被制御系の状態方程式の次元数は2で，この次元数はインプットデータの最初の部分にて指示する．(同様な問題では，このように例題ファイルをコピー利用して，数値を変更して解析を行っていくのがミスを防ぐのに有効)

#####(インプットデータ)#####

EIGE. Q3. 1-1. DAT ... (単振り子)

NXP = 2

(←状態方程式の次元数)

tmax(s) = 10.000

(←シミュレーションの時間)

1. NU1-----> 6

(←入力 U1 の時間補間の折れ点数)

T, U1 0.00 0.00
 0.50 0.00
 0.51 0.30
 1.51 0.30
 1.52 0.00
 60.00 0.00

(←入力 U1 の時間とそのときの値)
(この例では 0.51 秒で U1=0.3)

31 //-----

32 //AP, B2 行列データ設定

33 H1=G; (m) H 0 0.5000E+00 11 1 0 0 0 0

34 H2=G; (l) H 0 0.3000E+00 11 2 0 0 0 0

35 H3=G; (-g) H 0 -0.9800E+01 11 3 0 0 0 0

36 H4=H3/H2; (-g/l) H 0 24 4 3 2 0 0

37 H5=G; (1.0) H 0 0.1000E+01 11 5 0 0 0 0

38 H6=G; (-1.0) H 0 -0.1000E+01 11 6 0 0 0 0

39 H7=H6/H1; (-1/m) H 0 24 7 6 1 0 0

40 H8=H7/H2; (-1/ml) H 0 24 8 7 2 0 0

41 H9=H8/H2; (-1/ml²) H 0 24 9 8 2 0 0

42 AP(I1, J2) H5; H 0 621 1 2 5 0 0

43 AP(I2, J1) H4; H 0 621 2 1 4 0 0

44 //(コントロール入力)=(Z1, Z3, Z5)

45 B2(I2, J1) H9; H 0 623 2 1 9 0 0

46 //

47 {Print(AP, B2, CP)} I2, J1, K1; H 0 671 2 1 1 0 0

48 //(コントロール Z1 に強制力インプット)

49 Z1=U1*G; H 0 0.1000E+01 52 1 1 0 0 0

50 //

51 //-----

52 //安定解析出力に追加する場合

53 //は, 下記に R(6+NXP)~を設定.

54 //(実際の出力順は Y(4+NXP)~)

55 //シミュレーション用出力(Z191~Z200)

56 //(このデータが TES6. DAT に入る)

57 Z191=Z6*G; (x1) H 0 0.1000E+01 53 191 4 0 0 0

58 Z192=Z7*G; (x2) H 0 0.1000E+01 53 192 5 0 0 0

#####

ユーザは入力不要

(参考図書)

- 1) 片柳亮二：KMAPによる工学解析入門，産業図書，2011.
- 2) 片柳亮二：初学者のためのKMAP入門，産業図書，2012.

以上